２０２４年度 一般選抜 前期日程試験問題

群馬県立女子大学 文学部 文化情報学科 小論文

試験時間は、１００分です。中途退室は認めません。

途中で気分が悪くなった場合は、黙って手をあげてください。

問題用紙はこの表紙を含めた１４ページ（最後の白紙部分は下書き用）です。

解答用紙は２枚です。横書きで記入してください。さらに下書き用の紙（白紙）を１枚配ります。

それぞれが配られたら、指示に従って、各解答用紙の所定の欄に受験番号と氏名を記入してください。

試験開始の合図があるまで問題用紙の表紙をめくって問題を見てはいけません。

問　題

以下の文章を読んで，問１・問２に答えなさい．

問１　文章を参考にして，マイナスかけるマイナスがプラスになる理由を説明しなさい．

（300字以内）

問２　マイナスの数を認めることの利点について，文章中に示されていない例を挙げて述べなさい．（700字以内）

第５章

プラスとマイナス

5.1　プラスとマイナス

マイナスの数を考えることは，東洋で始まりました．これは実用的にはとても便利なのに，西洋ではなかなか認められなかった，ふしぎな真珠です（もちろん現代数学では，マイナスなしには複素数もないので，認めざるをえません）．

ひとつの始まりは，基準値に対する過不足でしょう．たとえば月ごとの入金が

505，494，512，497，502　（万円）

であったとすると，500（万円）を基準としたときの過不足は

$+5,\ -6,\ +12,\ -3,\ +2$　（万円）

と書けます．これら５つの小さな数の合計は，私でも暗算でできて＋10万円ですが，それがわかれば全体の合計は

$$500 \times 5 + 10 = 2510,$$

平均は

$$500 + (10 \div 5) = 502$$

のように，簡単に計算できます．後者は

仮平均（上の例では500）＋ 仮平均との差の平均

＝正しい平均

という公式の応用例で，知っていると平均の概算に便利なものです．

お金の計算では「現金はプラス，借金はマイナス」とか「収入がプラス，支出がマイナス」というのも，わかりやすい例でしょう．そのようなプラス・マイナスの数を含む加減算は，紀元 1 世紀の中国ですでに自由に使われていましたし，7 世紀のインドでは，正負の数の加減乗除の規則が正しく述べられていました．

一方，ヨーロッパ（アラビアを含む）では，「長さ」を量の基本とするギリシャ数学の影響で，マイナスの数はなかなか認められませんでした．そのため，

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

という方程式の解は $x = 5$ だけで， $x = -3$ という解は捨てられていたのです．そもそもこの方程式は，ヨーロッパでは 16 世紀にもまだ“−”を避けて

$$x^2 = 2x + 15$$

と書かれていました．そして $x^2 = 2x + 15$ と $x^2 + 4 = 5x$ は，別のタイプの 2 次方程式として扱われていましたし，3 次方程式は，13 もの“タイプ”に分けて，個別に論じられていたのです．現在，3 次方程式はすべて

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0,\quad a \neq 0$$

として，1 つの形で表すことができますが，これもマイナスの数の効用です．

5.2 借金かける借金がどうしてプラスなの???

プラス・マイナスの数の加減算は，異符号の場合が少し面倒ですが，原理的な問題はありません．しかし掛け算になると「マイナスかけるマイナスはプラス」という**符号規則**をめぐって，次のような強い疑問が出てきます．

「1 万フランの借金に 500 フランの借金を掛けると，どうして 500 万フランの財産を持つことになるのだろうか?」（スタンダール）

フランは当時のフランスの通貨単位です．これは「**誤解に基づく疑問**」なのですが，そうだそうだと賛成する人が多いので，きちんと説明しておきましょう．

5 センチメートルに 2 キログラムを足して，7 になるのはおかしい

といわれたら，あなたはどう答えますか?　これは5＋2＝7という計算がおかしいのではなくて，「**単位が違う数値を足す**」**のがおかしい**のですね．上の疑問では，そもそも「**お金とお金を掛ける**」**のが，すでにおかしい**のです．100 円の財産と 50 円の財産を掛けて，何が得られるのでしょうか?（単位は**平方円**??）

お金にかかわる掛け算で，数値がプラス・マイナスともに意味があるのは，

（動いたお金の額）×（動いた回数）＝（実質資産の増減）

でしょう．「額」は現金がプラス，借金はマイナスだとし，「回数」は入るのがプラス，出てゆくのがマイナスとして，実質資産の増減はふえるのがプラス，減るのがマイナスと考えれば，常識ともよく合うと思います．すると

「現金 5 万円が 3 回入る」のなら 15 万円の実質資産**増**，

「現金 5 万円が 2 回出てゆく」のなら 10 万円の実質資**減**

ですから，次の計算は問題ないでしょう：

$5 \times 3 = +15$　（符号＋は省いてもよい），

$5 \times (-2) = -10$

一方，誰かから借金をする（借金が入る）とか，逆に自分の借金を誰かが肩代わりしてくれる（借金が出てゆく）場合には，

「借金５万円が３回入る」と 15 万円の実質資産**減**，

「借金５万円が２回出てゆく」のなら 10 万円の実質資産**増**

なので，当然，次のように計算しなければなりません．

$$(-5) \times 3 = -15, \quad (-5) \times (-2) = +10$$

「マイナスかけるマイナスはプラス」は，当然なのです！

[付記]

符号規則は，子どもたちには，プラス・マイナスの点数のあるトランプ・ゲームなどで教えるとわかりやすいでしょう．なお，分配法則などから証明するのでは，多くの子どもたちは「説得はされてもナットクはしない」ようです．

5.3　数直線と符号規則

現在プラス・マイナスは，人工的な「向き」についても便利に使われています．たとえば東向きに３キロ進むのをプラス３とすれば，西向きに５キロ進むのはマイナス５なのです．これは数直線（図１）の上でなら，考えやすいでしょう．

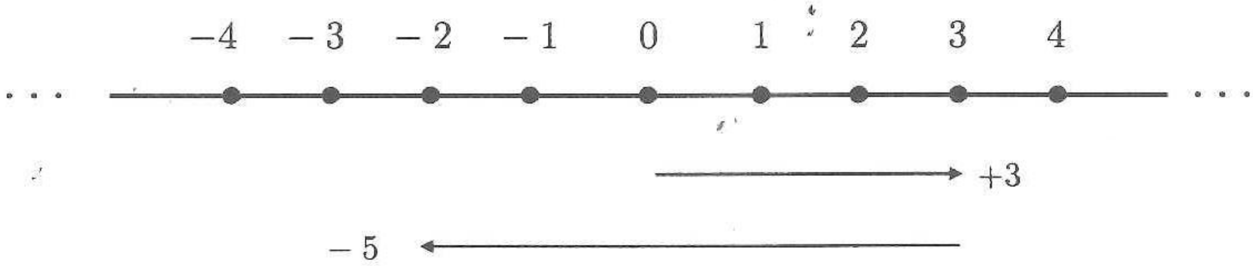

図1　数直線

ところで17世紀フランスの哲学者・数学者デカルトは，プラスの数 a, b を長さで表し，それらの積 ab を（**面積でなく**）**長さで表す**図2のような方法を示しました（線に目盛をつけていろいろ実験してみると，ナットクできる？）.

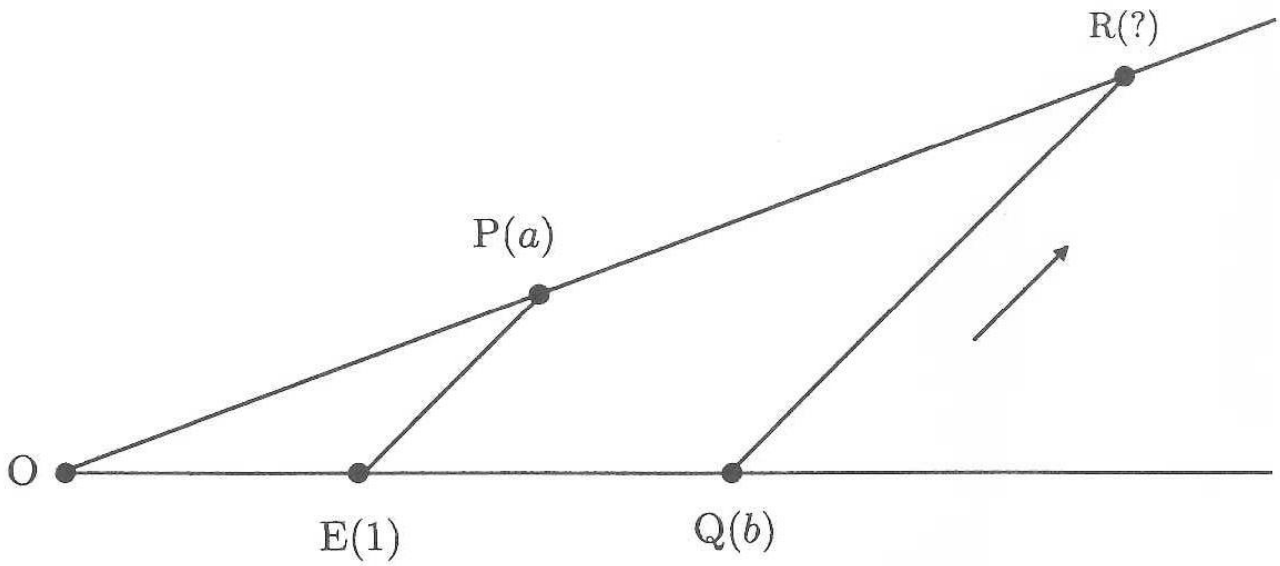

図2　長さについての，デカルトの乗算

OE（線分OEの長さ）$=1$, OP$=a$, OQ$=b$とする. EPと平行な線をQから引き，直線OPとの交点をRとすると，三角形 △OEP と △OQR は相似なので， OE：OP＝OQ：OR, つまり 1：$a=b$：OR, したがって OR$(\times 1)=a\times b$.

これを「原点で交差する，2本の数直線」に応用すると「同符号の積はプラス，異符号の積はマイナス」という**符号規則が，すべて図の上で確かめられます**．図3に，$a, b < 0$ のとき $ab > 0$ となることを示しておきますが，これなら符号規則が眼に見えるので，ナットクしやすいかも知れませんね．

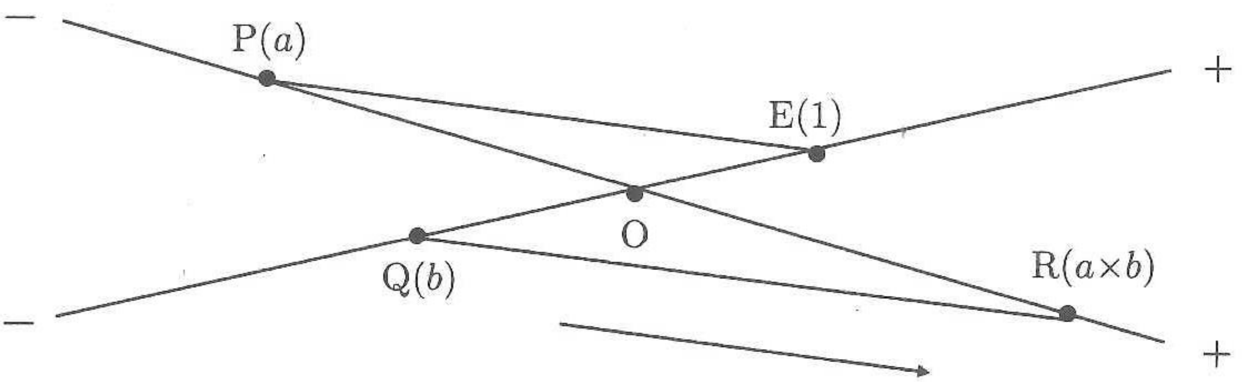

図3　数直線上の，デカルトの乗算

原点Oより右側がプラス，左側がマイナスの数直線を2本描く．デカルトの作図法を $a, b < 0$ の場合に当てはめると，P，Qとも原点Oより左（OP＝$|a|$，OQ＝$|b|$）になり，$a \times b$ を表す点Rは原点より右側（$a \times b > 0$）になる．

[**注意**]

デカルト自身はマイナスの数を認めなかったので，こういう説明はしていません．

補　足

1.　0より小さいって，どういうこと?

そんなこと，ありえない！　と思う子が多いようですが，「大きい・小さい」という言葉の本来の意味からすれば，無理もないことでしょう．大人にとっても，「借金１億円」は大きいので，小さいとはとても感じられませんし，時間軸を現在からさかのぼる「今から約－5000年」（エジプト初期王朝の誕生）とか，「海水面からの高さ」を表す－8412メートル（日本海溝の深さ）なども「小さい」というよりも「遠い」とか「深い」という言い方のほうが自然でしょう．

しかし「大きい・小さい」という言葉を相対的な意味で使うこともあります．ある日からダイエットをはじめた人が，最初の日の体重74kgを基準の０として，毎週日曜日の体重を記録したら，次のようになった，としましょう．

0.5（効果なし），－0.5（効果が現れ始めた），

－1，－1.5，－2（順調に減っている），

＋0.5（リバウンド），－0.5（少し挽回（ばんかい）），－2.5，…

この場合“－0.5”や“－2”は，実は73.5kgや72kgを意味するのですから，たしかに基準の“0”（74kg）より小さいのです．

このようなこともありますから，具体的な状況を抜きにして，数値だけについて話すときには，「0より－0.5が小さく，－1，－2，……はさらに小さい」ということも，慣れれば便利なことがあるのです．

考えてみればプラスの数だって，具体的な状況を考えると「大きい・小さい」より「高い・低い」，「重い・軽い」などのほうが適切な場合もあります．ただ，慣れているせいか，一般的に数値だけについて話す時には「大きい・小さい」で代表させて，誰もふしぎに思わないのです．ですからマイナスの数が０より小さいことも，慣れるまで時間はかかるかもしれませんが，無理に説得するよりは，せかさずに「慣れてもらう」ことが最善，かも知れません．

2. 2次方程式・3次方程式のタイプ

私たちが知っている2次方程式の一般形は

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$$

ですが，マイナスの数を認めなかった昔のヨーロッパでは

$$x^2 = 2x + 15, \quad x^2 + 2x = 15, \quad x^2 + 15 = 2x$$

などを「別のタイプの方程式」として扱っていました．だから2次方程式には3つのタイプ，3次方程式には13のタイプに分かれるのだそうです．しかしこの“13”という数はちょっとふしぎで，どう数えるのかな，と思って考えてみたら，次のように考えると話が合う，とわかりました．

(1) 係数が0の項は省略し，マイナスの項は移項して，係数はすべてプラスとする．なお最高次の係数は（必要なら両辺を入れ替えて）左辺に置く．

(2) 解もプラスに限るので（0もダメ），$2x^2 + 5x + 3 = 0$ のようにすべての項が左辺にある方程式は「解がない」ので，除外する．

(3) 定数項は0でないとする：もし定数項が0だと，両辺を $x(\neq 0)$ で割って，次数を1次下げられるからである．

(4) 最高次の項と定数項しかない $ax^2 = c$ や $ax^3 = d$ は，平方根か立方根ですぐ答えが出てしまうので，これらも除外する．

2次方程式の場合は(1) $a > 0$，(3) $c \neq 0$，(4) $b \neq 0$ ということなので，たしかに次の3つのタイプしかありません．

① $ax^2 = bx + c$

② $ax^2 + bx = c$

③　$ax^2 + c = bx$

3次方程式 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ も同様で，係数0の項を除き，$a > 0$ ，$d \neq 0$ とし，また(4)から $b = c = 0$ の場合を除くと，タイプの数はたしかに13になります．どんなタイプに分かれるかは，ちょっとしたパズルとして残しておきましょう．

野﨑昭弘著『算数・数学24の真珠』（筑摩書房，2022年）

※出題に当たって，出題者の判断により本文中の注の表記を一部省略した．

下書き用